



INLÄMNINGSUPPGIFT II

Fullständiga lösningar till denna hemuppgift belönas med 1 bonuspoäng vid den ordinarie tentamen. Muntlig eller skriftlig redovisning av uppgiften sker individuellt. Det är dock tillåtet att diskutera uppgiften med studiekamrater eller din lärare. Vid skriftlig inlämning kommer förekomna fall av plagiering att beivras.

1. Använd partiell integrering för att finna en formel för

$$F(n) = \int_0^{\infty} x^n e^{-x} dx \quad (n = 0, 1, 2, \dots).$$

Förklara varför det verkar rimligt att definiera $0!$ som 1.

2. Ekvationen

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

beskriver som bekant en ellips i xy -planet. Då kurvan ovan roteras kring y -axeln bildas en s k ellipsoid.

- a) Visa att ellipsoidens ekvation i \mathbb{R}^3 är

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{a^2} = 1.$$

- b) Beräkna volymen på den kropp som omsluts av ellipsoiden.

Tips: För volymberäkningen går det att använda sig av både skiv- och cylindriska skal metoden.